



## CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”

Colegiul „Petru Maior” Reghin

EDIȚIA a II-a, 9.04.2022

Clasa a XII-a

## BAREM DE EVALUARE ȘI CORECTARE

Filiera tehnologică, profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$x = \log_6(8 \cdot 27) = 3$ , $y = \sqrt{144} = 12$ Media geometrică a numerelor $x$ și $y$ este $\sqrt{xy} = \sqrt{3 \cdot 12} = 6$	2p 3p
2.	Graficul funcției $f$ intersectează axa $Ox$ în două puncte distincte $\Leftrightarrow \Delta > 0$ , deci $4 - 4a > 0$ $a \in (-\infty, 1)$	3p 2p
3.	$2 - x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$ $x = -3$ sau $x = 1$	3p 2p
4.	$A_5^2 = 4 \cdot 5$ , $C_6^2 = 3 \cdot 5$ și $A_4^2 = 3 \cdot 4$ $A_5^2 \cdot C_6^2 \cdot A_4^2 = 4^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 60^2$	3p 2p
5.	$m_{AB} = -\frac{a+4}{3}$ , $m_{BC} = 4 - a$ , unde $a$ este număr real $A$ , $B$ și $C$ sunt coliniare $\Leftrightarrow m_{AB} = m_{BC} \Leftrightarrow a + 4 = 3a - 12$ , deci $a = 8$	2p 3p
6.	$MP = 20$ , deci semiperimetrul $\Delta MNP$ este $p = 24$ $\mathcal{A}_{\Delta MNP} = \frac{MN \cdot NP}{2} = 96 \Rightarrow r = \frac{\mathcal{A}_{\Delta MNP}}{p} = \frac{96}{24} = 4$	2p 3p

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1,0) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1,0)) = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$ $= -1 - (-1) = 0$	2p 3p
b)	$\det(A(a,b)) = \begin{vmatrix} a & a-2 \\ b+1 & b-1 \end{vmatrix} = 2(b-a+1)$ , pentru orice numere reale $a$ și $b$ $a \in (-\infty, 0)$ și $b \in (0, +\infty) \Rightarrow b - a + 1 > 1 \Rightarrow \det(A(a,b)) \neq 0$ , deci $A(a,b)$ este inversabilă	2p 3p
c)	$A(1,3) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ , $\det(A(1,3)) = 6$ , deci $A(1,3)$ este inversabilă și $(A(1,3))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$ $X = (A(1,3))^{-1} \cdot A(2,1)$ și, cum $A(2,1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ , obținem $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	3p 2p

<b>2.a)</b>	$1 \circ (-1) = 3 \cdot 1 \cdot (-1) - (1 + (-1)) + \frac{2}{3} =$ $= -3 + \frac{2}{3} = -\frac{7}{3}$	<b>2p</b>  <b>3p</b>
<b>b)</b>	$x \circ y = 3xy - x - y + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 3x \left( y - \frac{1}{3} \right) - \left( y - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} =$ $= \left( y - \frac{1}{3} \right) (3x - 1) + \frac{1}{3} = 3 \left( x - \frac{1}{3} \right) \left( y - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>c)</b>	$x \circ \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ și } \frac{1}{3} \circ y = \frac{1}{3}, \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$ $1 \circ \frac{1}{\sqrt{2}} \circ \frac{1}{\sqrt{3}} \circ \dots \circ \frac{1}{\sqrt{2021}} = \left( \left( 1 \circ \frac{1}{\sqrt{2}} \circ \frac{1}{\sqrt{3}} \circ \dots \circ \frac{1}{\sqrt{8}} \right) \circ \frac{1}{3} \right) \circ \frac{1}{\sqrt{10}} \circ \dots \circ \frac{1}{\sqrt{2021}} =$ $= \frac{1}{3} \circ \left( \frac{1}{\sqrt{10}} \circ \dots \circ \frac{1}{\sqrt{2021}} \right) = \frac{1}{3}$	<b>2p</b>  <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**
**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 6x - 1 - \frac{5}{x} =$ $= \frac{6x^2 - x - 5}{x} = \frac{(x-1)(6x+5)}{x}, x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 5 \ln x}{x f'(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{(x-1)(6x+5)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left( 3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \left( 6 + \frac{5}{x} \right)} =$ $= \frac{3}{1 \cdot 6} = \frac{1}{2}$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ și } f'(x) \leq 0, \text{ pentru orice } x \in (0, 1] \Rightarrow f \text{ este descrescătoare pe } (0, 1],$ $f'(x) \geq 0 \text{ pentru orice } x \in [1, +\infty) \Rightarrow f \text{ este crescătoare pe } x \in [1, +\infty)$ $f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow f(x) \geq 3, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ de unde obținem } 3x^2 - x - 2 \geq 5 \ln x, \text{ deci}$ $3x^2 - x - 2 \geq \ln(x^5), \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty)$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_{-1}^2 (x+2) f(x) dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big _{-1}^2 =$ $= \frac{14}{3} + \frac{4}{3} = 6$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_0^4 \left( f(x) - \frac{x^2}{x+2} \right) dx = \int_0^4 \frac{1}{x+2} dx = \ln(x+2) \Big _0^4 =$ $= \ln 6 - \ln 2 = \ln 3$	<b>3p</b>  <b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_0^6 (x-3)(x+3) \frac{x^2 + 2x + 2}{x+3} dx = \int_0^6 (x^3 - x^2 - 4x - 6) dx = \left( \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 6x \right) \Big _0^6 = 144$ $n^2 = 144 \text{ și, cum } n \text{ este număr natural, obținem } n = 12$	<b>3p</b>  <b>2p</b>